Светлов Н.М. Рыночное поведение и образование стоимости в условиях отсутствия сведений о ценах // Труды Независимого научного аграрно-экономического общества: Вып. 2: Эффективность и конкурентоспособность аграрного сектора России. М.: Издательство МСХА, 1999. - Т.3, с.252-259.

РЫНОЧНОЕ ПОВЕДЕНИЕ И ОБРАЗОВАНИЕ СТОИМОСТИ В УСЛОВИЯХ ОТСУТСТВИЯ СВЕДЕНИЙ О ЦЕНАХ

Н.М. Светлов

В большинстве экономических моделей (в частности вальрасовского типа) понятие стоимости является внешним по отношению к моделям, не вытекает из их свойств. Стоимостные переменные предусматриваются в них вне связи с тем, какой должна быть моделируемая система, чтобы ей были присущи стоимости. Такие модели пригодны для исследования свойств, но не сущности стоимости.

Иной подход к исследованию стоимости разработан Л.В. Канторовичем применительно к экономической интерпретации задачи линейного программирования. Стоимость вводится в модель как необходимое следствие свойств объекта моделирования — экономической системы, не на этапе формального описания, а на этапе отыскания оптимального плана. Этот подход допускает естественное распространение на формальный аппарат общей задачи математического программирования.

Модель, описанная ниже, представляет собой движение по пути, намеченному Л.В. Канторовичем, в направлении исследования децентрализованных экономических систем. Целью моделирования является изучение условий существования и достижения конкурентного равновесия, формирования стоимостей в условиях, когда системы не располагают никакими сведениями о ценах. Поэтому поведение систем вообще и, в частности, законы спроса и предложения не зависят ни от цен, ни от факта их существования на рынке. Предпочтения систем предполагаются заданными, транзитивными и полными. Никаких других предположений о предпочтениях не делается. Системы обладают возможностями свободного обмена.

Моделируемая экономика представлена в форме $H = \{H_k \mid k \in K\}$. H_k — *элементарная* система (соответствующая в экономической интерпретации хозяйствующему субъекту), функционирование которой описывается соотношениями[1]

[1] Список используемых математических обозначений приведён в конце статьи.

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{kt+1} = \mathbf{a}_{kt} + \mathbf{x}_{kt} + \mathbf{e}_{kt}\,, \\ -\,\mathbf{x}_{kt}^{-} \leqslant \mathbf{a}_{kt}\,, \\ \mathbf{x}_{kt} \in X_k \end{cases} \qquad (1)$$

и отношением предпочтения $\succsim_k$, упорядочивающим поле $(h_k, \succsim_k)$ возможных состояний $h_k = (\mathbf{a}_k, \mathbf{x}_k)$ системы H_k. Здесь и далее K — множество индексов элементарных систем; $\mathbf{x}_k$, $\mathbf{x}_{kt}$ — вектор выпусков и затрат[2] (соответственно положительные и отрицательные компоненты) системы H_k; $\mathbf{a}_k$, $\mathbf{a}_{kt}$ — неотрицательный вектор собственности системы H_k; $\mathbf{e}_{kt}$ — вектор сальдо операций обмена системы H_k; t — индекс момента времени; X_k — технологическое множество системы H_k. Каждая H_k в любой момент времени t стремится реализовать как можно более предпочтительное состояние h_{kt+1}, используя для этого как собственность, так и возможности обмена. Обмен представим в форме $\#I{\times}\#K$-матрицы $\mathbf{E}_t$, состоящей из столбцов $\mathbf{e}_{kt}$, причём $\sum_k \mathbf{e}_{kt} = \mathbf{0}$.

Отношения предпочтения $\succsim_k$ связывают только состояния h_k систем H_k. Их легко можно распространить на векторы собственности, т.к. в рамках имеющейся собственности система всегда реализует наилучший, с её точки зрения, план производства. Поэтому под $\mathbf{a}_{k1} \succsim_k \mathbf{a}_{k2}$ будем подразумевать $\bar{h}_{k1} \succsim_k \bar{h}_{k2}$, где $\bar{h}_k$ — наиболее предпочтительное состояние H_k при данной собственности $\mathbf{a}_k$. Предпочтительность набора $\mathbf{e}_k$, дополнительного к $\mathbf{a}_k$, по сравнению с другими дополнительными наборами зависит не только от $\succsim_k$, но и от h_k. Определить её можно следующим образом:

$$\mathbf{e}_{k1} \succ\!\!\succsim_k \mathbf{e}_{k2} \Leftrightarrow (\mathbf{a}_k + \mathbf{e}_{k1}) \succsim_k (\mathbf{a}_k + \mathbf{e}_{k2}).$$

Назовём $\succ\!\!\succsim_k$ *отношением предельного предпочтения* системы H_k в состоянии h_k. Вследствие транзитивности $\succsim_k$ отношение $\succ\!\!\succsim_k$ транзитивно, равно как и соответствующие ему отношение строгого предельного предпочтения $\succ\!\!\succ_k$ и безразличия дополнительных наборов $\approx_k$.

[2] Здесь под затратами и выпусками понимается результат жизнедеятельности системы вне зависимости от того, стремится она производить материальные блага или нет.

Светлов Н.М. Рыночное поведение и образование стоимости в условиях отсутствия сведений о ценах // Труды Независимого научного аграрно-экономического общества:
Вып. 2: Эффективность и конкурентоспособность аграрного сектора России. М.: Издательство МСХА, 1999. - Т.3, с.252-259.

Множество I всех благ в экономике H распадается на два множества: I_n и I_r, $I_n \cap I_r = \varnothing$, $I_n \cup I_r = I$. Количества благ из I_n измеряются неотрицательными целыми, благ из I_r — неотрицательными вещественными числами. $I_\$ \subseteq I_r$ — множество благ (возможно, пустое), элементы i которого в любой H_k обладают следующими свойствами:

а) найдётся вещественное c такое, что $c\mathbf{i}_i \approx_k \mathbf{y}_k$;

б) имеет место $\mathbf{y}_k + c\mathbf{i}_i \succ_k \mathbf{y}_k$, если $c > 0$, и $\mathbf{y}_k + c\mathbf{i}_i \prec_k \mathbf{y}_k$, если $c < 0$,

где $\mathbf{y}_k$ — произвольный набор благ, для которого $\mathbf{a}_k + \mathbf{y}_k$ принадлежит множеству возможных состояний системы H_k.

Обмен $\mathbf{E}$ *целесообразен для системы* H_k, если имеет место

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k + \mathbf{a}_k + \mathbf{e}_k \geqslant \mathbf{0}, \\ -\mathbf{e}_k \leqslant (\mathbf{a}_k + \mathbf{x}_k), \\ \mathbf{e}_k \succ_k \mathbf{0}. \end{cases} \tag{2}$$

Система H_k *блокирует* обмен $\mathbf{E}$, если не выполняется условие

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k + \mathbf{a}_k + \mathbf{e}_k \geqslant \mathbf{0}, \\ -\mathbf{e}_k \leqslant (\mathbf{a}_k + \mathbf{x}_k), \\ \mathbf{e}_k \not\succsim_k \mathbf{0}. \end{cases} \tag{3}$$

Обмен $\mathbf{E}$ *возможен*, если ни одна из H_k не блокирует его. Возможный обмен назовём *целесообразным*, если он целесообразен хотя бы для одной H_k.

A_k — множество векторов собственности системы H_k, на котором определены её предпочтения. Относительно его топологии никаких предположений не делается. $A_k^{\succsim} \subset A_k$ — множество векторов $\mathbf{a}_{k0}$ собственности системы H_k, для которых $\mathbf{a}_{k0} \succsim_k \mathbf{a}_k$, где $\mathbf{a}_k$ — заданный вектор собственности. E_k — множество всех сальдо обменов, отвечающих условию $-\mathbf{e}_k \leqslant (\mathbf{a}_k + \mathbf{x}_k)$ для системы H_k. $E = \prod\limits_{k \in K} E_k$ — множество всех обменов, отвечающих условиям $-\mathbf{e}_k \leqslant (\mathbf{a}_k + \mathbf{x}_k)$ для всех $k \in K$.

Для наших целей можно ограничиться предположением, что обмен $\mathbf{E}$ выбирается из E произвольным (в частности, случайным) образом. Ни один из выводов данной статьи не зависит от конкретного способа выбора обмена из множества возможных обменов.

Для системы H верны следующие утверждения.

1. Если существует хотя бы одна последовательность обменов, вследствие которых H переходит в состояние h_2 из состояния h_1, то в состоянии h_1 существует возможный обмен, вследствие которого H непосредственно переходит в состояние h_2.

2. Если переход системы H_k из h_{k1} в h_{k2} произошел в результате участия H_k в обмене, то множество её состояний, достижимых посредством возможных обменов из состояния $\mathbf{x}_{k2}$, полностью содержится во множестве состояний, достижимых посредством возможных обменов из состояния $\mathbf{x}_{k1}$.

Оба эти утверждения являются следствиями транзитивности предпочтений.

Из $\mathbf{a}_k + \mathbf{e}_k \in A_k^{\succsim}$ — условия, при котором H_k не блокирует обмен $\mathbf{E}$ — следует, что множество $\bar{E}_k$ сальдо обменов, не блокируемых системой H_k в состоянии h_k, определяется как $(A_k^{\succsim} - \mathbf{a}_k) \cap E_k$.

3. Если для всех k в соответствующих $\mathbf{a}_k + E_k$ существуют наиболее предпочтительные элементы и в экономике H имеются возможные обмены, то среди них найдётся хотя бы один обмен, вследствие которого H оказывается в Парето-ловушке, в которой нет ни одного целесообразного обмена. Это утверждение следует из утверждений 1 и 2.

Наиболее предпочтительный элемент в $\mathbf{a}_k + E_{kn}$, в частности, существует, когда отношения предпочтения непрерывны, а множества замкнуты, либо когда $I = I_n$. Если отношения предпочтения непрерывны, а множества $\mathbf{a}_k + E_{kn}$ не замкнуты, Парето-оптимум может не существовать. Но тогда при наличии возможных обменов среди них найдётся такой, после реализации которого все элементы любого целесообразного обмена окажутся меньше любого наперёд заданного числа.

Вектор $\mathbf{e}_k$ можно представить в форме $\mathbf{e}_k = \mathbf{e}_k^- + \mathbf{e}_k^+$, где вектор $\mathbf{e}_k^-$ означает отчуждаемые, $\mathbf{e}_k^+$ — присваиваемые количества каждого блага. Естественно, $-\mathbf{e}_k^- \not\succsim_k \mathbf{e}_k^+$, причём в Парето-ловушке (если в ней возможны обмены) имеет место $-\mathbf{e}_k^- \approx_k \mathbf{e}_k^+$. Рассмотрим двусторонний обмен между H_k и H_l ($k, l \in K$) в состоянии оптимума по Парето. Положим, H_k пребывает в состоянии $(\mathbf{a}_k + \mathbf{e}_k^-, \mathbf{x}_k)$, H_l — в $(\mathbf{a}_l + \mathbf{e}_l^-, \mathbf{x}_l)$, причём $-\mathbf{e}_k^- = \mathbf{e}_l^+$ и $\mathbf{e}_k^+ = -\mathbf{e}_l^-$.

4. Следующие условия:

а) существуют полуположительные $\mathbf{e}_k^* \leqslant (\mathbf{a}_k + \mathbf{x}_k + \mathbf{e}_k^-)$ и $\mathbf{e}_l^* \leqslant (\mathbf{a}_l + \mathbf{x}_l + \mathbf{e}_l^-)$ такие, что $-\mathbf{e}_k^- \approx_k \mathbf{e}_l^*$, $-\mathbf{e}_l^- \approx_l \mathbf{e}_k^*$;

б) имеет место $\mathbf{x}_k^* \succ\!\succ_l \mathbf{x}_l^*$

не могут иметь место одновременно, если H находится в Парето-ловушке.

Поскольку в Парето-ловушке должно иметь место $-\mathbf{e}_k^- \approx_l -\mathbf{e}_l^-$ и, кроме того, согласно (а) $-\mathbf{e}_l^- \approx_l \mathbf{e}_k^*$, имеет место $-\mathbf{e}_k^- \approx_l \mathbf{e}_k^*$. В силу (б) наборы $-\mathbf{e}_k^-$, $-\mathbf{e}_l^-$ и $\mathbf{e}_k^*$ предпочтительнее для H_l, чем $\mathbf{e}_l^*$. Поэтому обмен $\mathbf{e}_l^*$ на любой из них окажется целесообразным для H_l. Из них по крайней мере обмен $-\mathbf{e}_k^-$ на $\mathbf{e}_l^*$ не блокируется системой H_k, т.е. существует хотя бы один целесообразный обмен, чего не может быть в состоянии оптимума по Парето.

Предположим, что множество $I_\$$ не пусто. Это означает кардинальную измеримость предпочтений всех H_k. Если $c\mathbf{i}_i \sim_k \mathbf{a}_k$, то степень желательности набора $\mathbf{x}$ может быть охарактеризована числом c. Существование $I_\$$ предполагает соответствие системы H некоторым формальным требованиям, изучение которых не входит в наши задачи. В частности, выполнение для H условий теоремы Дебре о кардинальной измеримости предпочтений гарантирует возможность существования в ней $I_\$ \neq \varnothing$. Пусть, как и выше, H_k находится в состоянии $(\mathbf{a}_k + \mathbf{e}_k^-, \mathbf{x}_k)$, H_l — в $(\mathbf{a}_l + \mathbf{e}_l^-, \mathbf{x}_l)$.

5. Если существуют $i \in I_\$$ и неотрицательные c_k, c_l такие, что $c_l \mathbf{i}_i \leqslant \mathbf{a}_k + \mathbf{e}_k$, $c_k \mathbf{i}_i \leqslant \mathbf{a}_l + \mathbf{e}_l$, $-\mathbf{e}_k^- \approx_k c_k \mathbf{i}_i$, $-\mathbf{e}_l^- \approx_l c_l \mathbf{i}_i$, то $c_k = c_l$.

Это утверждение прямо следует из утверждения 4.

Как следствие, если в Парето-ловушке существует такой $\mathbf{y} \geqslant \mathbf{0}$, что система H_k и некоторые системы H_l, $l \in K' \subseteq K$, располагают собственностью соответственно $\mathbf{y} + \mathbf{a}_k$, $\mathbf{a}_k \geqslant \mathbf{0}$, $\mathbf{y} + \mathbf{a}_l$, $\mathbf{a}_l \geqslant \mathbf{0}$, причём для H_k имеет место $\mathbf{y} \approx_k c\mathbf{i}_i$, $i \in I_\$$, а $c\mathbf{i}_i \leqslant (\mathbf{y} + \mathbf{a}_l)$ для всех H_l, то для любой H_l имеет место $\mathbf{y} \approx_l c\mathbf{i}_i$. Чтобы показать это, достаточно рассмотреть возможный двусторонний обмен, а именно обмен $\mathbf{y}$ на $\mathbf{y}$.

Свойства системы H, будучи перенесены на экономическую систему, для которой характерны транзитивные предпочтения хозяйствующих субъектов и отсутствие

существенных экстерналий, означают, что любой обмен ограничивает остающиеся возможности обмена (утверждение 2).

В любой экономической системе условие утверждения 3 можно считать выполняющимся. Поэтому среди возможных обменов (если имеются) непременно найдётся обмен, возможно, многосторонний, после которого экономика окажется в Парето-ловушке. Особенность оптимума по Парето в том, что наборы благ, равноценные участвующим в возможном обмене, оказываются равноценными между собой (утверждение 4). Состояниям, отличным от Парето-оптимума, это не свойственно.

Если в системе, оказавшейся в Парето-ловушке, существует благо, по своим свойствам способное служить измерителем стоимости, и это благо имеется в достаточном количестве у двух систем H_k и H_l, для которых существует допустимый обмен $\mathbf{e}_k = \mathbf{e}_k^- - \mathbf{e}_l^-$, то каждый из векторов $-\mathbf{e}_k^-$ и $-\mathbf{e}_l^-$ равноценен одному и тому же количеству такого блага с точки зрения любой из этих систем. Это экономическое следствие утверждения 5 может трактоваться как возможность образования общей для всех хозяйствующих субъектов стоимости равноценных благ в результате целесообразных (взаимовыгодных) обменов при условии существования меры стоимости. Полученный результат легко может быть распространён на многосторонние обмены; на ситуацию, когда предпочтительность векторов $-\mathbf{e}_k^-$ и $-\mathbf{e}_l^-$ выражена в разных благах, принадлежащих множеству $I_\$$; на случаи, когда условия $c_l \mathbf{i}_i \leqslant \mathbf{a}_k + \mathbf{x}_k$, $c_k \mathbf{i}_i \leqslant \mathbf{a}_l + \mathbf{x}_l$ не выполняются, но могут быть выполнены вследствие некоторых актов обменов из множества возможных обменов, переводящих рассмотренные системы в такие состояния, в которых их предельные предпочтения остаются прежними.

Более общее утверждение 4 допускает аналогичную трактовку, если представить себе стоимость как категорию, не требующую непременно количественного выражения, но способную выражаться в форме наборов благ, эквивалентных с точки зрения предпочтений хозяйствующих субъектов. Тогда можно говорить об образовании (в рамках условий этого утверждения) общей стоимости благ в результате обменов независимо от существования измерителя стоимости.

Математические обозначения, используемые в статье

$\mathbf{x}^{+} = \frac{\mathbf{x} + |\mathbf{x}|}{2}$ — вектор, полученный из вектора **x** заменой отрицательных компонентов нулевыми.

$\mathbf{x}^{-} = \frac{\mathbf{x} - |\mathbf{x}|}{2}$ — вектор, полученный из вектора **x** заменой положительных компонентов нулевыми.

$\#X$ — число элементов счётного множества X.

$\mathbf{i}_k$ — k-й столбец единичной матрицы **I**.