Светлов Н.М. Связь цен конкурентного равновесия с натуральными показателями затрат // Аграрная наука – сельскому хозяйству: Сб. статей / IV Международная научно-практическая конференция (5-6 февраля 2009 г.) Барнаул: Изд-во АГАУ, 2009. – с. 37-43.

УДК 330.133.7:338.5.018.7:338.58

СВЯЗЬ ЦЕН КОНКУРЕНТНОГО РАВНОВЕСИЯ С НАТУРАЛЬНЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ ЗАТРАТ

Н.М. Светлов
РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, Москва

1. Введение

Если рассматривать экономику как систему управления, обеспечивающую конкурентное равновесие на товарных рынках, то цены выступают в качестве обратной связи, вследствие которой изменяются объёмы спроса и предложения товаров. Исследование, результаты которого представлены в статье, мотивировано вопросом о том, каково конкретное содержание информационного сигнала, передаваемого ценами; другими словами, можно ли вывести количественно определённую цену конкурентного равновесия из каких-либо других параметров или переменных экономической системы.

Условия Куна-Таккера определяют подходящую для этой цели вычислительную процедуру, основываясь на системе неравенств, описывающих объективные условия хозяйственной деятельности. Но эта процедура не позволяет выйти за рамки общепринятой интерпретации цен как пропорций взаимозамены объёмов затрат или выпуска благ, сохраняющих неизменными уровни удовлетворения хозяйствующих субъектов.

Данная интерпретация не удовлетворяет исследователей, пытающихся найти объяснение противоречивым результатам исследований зависимости между ценами и полными затратами того или иного блага. Исход подобных исследований (Петти, 1940, с. 38-40; Струмилин, 1959; Гатаулин, 1965; Leontief, 1986; Светлов, 2004; Tsoulfidis and Rieu, 2006 и др.) зависит от того, затраты какого блага исчисляются; от уровня экономического развития объекта исследования; от особенностей теоретической модели, используемой для его представления. Это свидетельствует о недостаточной глубине изученности природы и формы зависимостей между материальными процессами в экономике и ценами конкурентного равновесия.

Всё это приводит к идее отыскать другую вычислительную процедуру для определения величин цен, приводящую к тем же числовым значениям, но имеющую содержательную интерпретацию, которая позволила бы преодолеть возникающие теоретические трудности. Проведённые автором исследования позволили решить эту задачу и, благодаря этому, обосновать интерпретацию цен конкурентного равновесия в терминах полных затрат ресурсов. В изложении указанных результатов заключается цель данной статьи.

Статья написана по материалам доклада, представленного к обсуждению на секции микроэкономики III всероссийского симпозиума по экономической теории, проведённого Уральским отделением РАН в Екатеринбурге в июне 2008 г.

2. Условие рыночного равновесия в модели «Затраты-выпуск» и свойства стоимостных пропорций

В качестве примера, иллюстрирующего суть излагаемых результатов, рассмотрим модель «затраты-выпуск», приняв во внимание, что каждая из отражаемых ею совокупных технологий однопродуктовых отраслей на деле представляет собой средневзвешенную различных технологий, различающихся показателями прямых затрат. Предположим, что в моделируемой экономике бизнес руководствуется стремлением к максимизации добавленной стоимости, а капиталообразование, создание трудовых и предпринимательских услуг отражены в форме соответствующих отраслей.

По аналогии с понятием «замыкающие затраты» назовём *замыкающей однопродуктовой технологией* такую технологию, которая отвечает предположениям модели «затраты-выпуск», входит в состав совокупного технологического процесса однопродуктовой отрасли с ненулевым весом и не создаёт добавленной стоимости при заданных положительных ценах.

Пусть $\mathbf{Z} = (z_{ij})$ — квадратная матрица прямых затрат в замыкающих технологиях каждой однопродуктовой отрасли. Записав условие равновесия на однопродуктовом рынке $MC = MR$ (равенство предельных затрат предельной выручке) для каждой однопродуктовой отрасли в терминах матрицы $\mathbf{Z}$, получим условие конкурентного равновесия в моделируемой экономике $\mathbf{pZ} = \mathbf{p}$, где $\mathbf{p}$ — неотрицательный ненулевой вектор цен, произведение $\mathbf{pZ}$ равно вектору значений MC каждого блага, $\mathbf{p}$ — вектор соответствующих значений MR. Нетривиальная разрешимость однородных систем линейных уравнений требует выполнения условия $\det(\mathbf{I}-\mathbf{Z})=0$.

Предположим, что моделируемая экономика обладает свойствами, необходимыми выполнения этих условий. Например, для этого достаточно, чтобы для моделируемой экономики были верны теоремы о равновесии, приводимые Полтеровичем (1990, гл.2, §3).

Для дальнейшего анализа нам потребуется ввести понятие бесконечно малого определителя и исследовать некоторые его свойства.

Определение: $\det(\mathbf{M})$ называется бесконечно малым определителем, если $\det(\mathbf{M})\neq 0$, $\det(\mathbf{M}+\mathbf{\Delta})=0$, все компоненты $\mathbf{\Delta}$ бесконечно малые либо нулевые. Бесконечно малый определитель обладает свойствами, определяемыми следующей теоремой.

Теорема. Пусть $\mathbf{V}$ — матрица порядка $n \times n$, причём $\det(\mathbf{V})$ — бесконечно малый определитель; w_{ij} — (i, j)-компонент матрицы $\mathbf{W} = \mathbf{V}^{-1}$; вырожденная $n \times n$-матрица $\mathbf{D} = \mathbf{V}+\mathbf{\Theta}$ не содержит линейно независимых строк и столбцов; все компоненты невырожденной $n \times n$-матрицы $\mathbf{\Theta}$ бесконечно малые либо нулевые,

$\mathbf{x}^* = (x^*_j)$ — нетривиальное решение уравнения $\mathbf{Dx} = \mathbf{0}$, $\mathbf{p}^* = (p^*_i)$ — нетривиальное решение уравнения $\mathbf{pD} = \mathbf{0}$. Тогда имеет место $w_{ij} = c(x^*_i p^*_j + \xi_{ij})$, где $\xi_{ij} \to 0$, $c \to \infty$.

Доказательство. Выберем в матрице $\mathbf{D}$ базисный минор $\mathbf{M}_D$. Обозначим символом $\mathbf{M}_V$ минор матрицы $\mathbf{V}$, образованный из строк (столбцов) с индексами, соответствующими индексам строк (столбцов) матрицы $\mathbf{D}$, вошедших в $\mathbf{M}_D$. Матрицу $\mathbf{\Theta}$ выберем так, чтобы имело место $\mathbf{M}_V \neq 0$. Представим обе матрицы (при необходимости переставив строки и столбцы и соответствующим образом переопределив $\mathbf{W}$) в формах

$$\mathbf{D} = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{M}_D & \mathbf{D}_2 \\ \hline \mathbf{D}_3 & \mathbf{D}_4 \end{array}\right); \quad \mathbf{V} = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{M}_V & \mathbf{V}_2 \\ \hline \mathbf{V}_3 & \mathbf{V}_4 \end{array}\right).$$

Соответственно представим $\mathbf{x}^* = (\mathbf{x}_1 \,|\, \mathbf{x}_2)$, $\mathbf{p}^* = (\mathbf{p}_1 \,|\, \mathbf{p}_3)$, где компоненты вектора $\mathbf{x}_1$ (или $\mathbf{p}_1$) соотносятся со столбцами (или строками) любого из миноров $\mathbf{M}_D$ и $\mathbf{M}_V$.

Согласно формуле Крамера, при заданных $\mathbf{x}_2$ и $\mathbf{p}_3$ имеет место

$$x^*_j = (\mathbf{M}_\mathrm{D})_j \,/\, \mathbf{M}_\mathrm{D}; \quad p^*_i = (\mathbf{M}_\mathrm{D})_i \,/\, \mathbf{M}_\mathrm{D},$$

где $(\mathbf{M}_\mathrm{D})_j$ — минор, полученный из $\mathbf{M}_\mathrm{D}$ заменой его столбца j вектором $\mathbf{D}_2\mathbf{x}_2$, $(\mathbf{M}_\mathrm{D})_i$ — минор, полученный из $\mathbf{M}_\mathrm{D}$ заменой его строки i вектором-строкой $\mathbf{p}_3\mathbf{D}_3$.

Пусть $(\mathbf{M}_\mathrm{V})_j$ — минор, полученный из $\mathbf{M}_\mathrm{V}$ заменой его столбца j вектором $\mathbf{V}_2\mathbf{x}_2$, $(\mathbf{M}_\mathrm{V})_i$ — минор, полученный из $\mathbf{M}_\mathrm{V}$ заменой его строки i вектором-строкой $\mathbf{p}_3\mathbf{V}_3$. Поскольку различие между $\mathbf{M}_\mathrm{D}$ и $\mathbf{M}_\mathrm{V}$ сколь угодно мало, $\mathbf{M}_\mathrm{D} \neq 0$, $\mathbf{M}_\mathrm{V} \neq 0$, имеет место

$$(\mathbf{M}_\mathrm{V})_j \,/\, \mathbf{M}_\mathrm{V} = x^*_j + \varepsilon_j, \; (\mathbf{M}_\mathrm{V})_i \,/\, \mathbf{M}_\mathrm{V} = p^*_i + \varepsilon_i,$$

где ε_i, ε_j — бесконечно малые. Введя вектор $\boldsymbol{\varepsilon}_x$, содержащий $\mathrm{rang}(\mathbf{D})$ компонентов ε_j, за которыми следует $(n - \mathrm{rang}(\mathbf{D}))$ нулей, получим $(\mathbf{M}_\mathrm{V} \,|\, \mathbf{V}_2)(\mathbf{x}^* + \boldsymbol{\varepsilon}_x) = \mathbf{0}$. Поскольку строки матрицы $(\mathbf{V}_3 \,|\, \mathbf{V}_4)$ лишь на бесконечно малые отличаются от линейной комбинации строк $(\mathbf{M}_\mathrm{V}\,|\,\mathbf{V}_2)$, имеет место $(\mathbf{V}_3\,|\,\mathbf{V}_4)(\mathbf{x}^* + \boldsymbol{\varepsilon}_x) = \boldsymbol{\eta}$, где $\boldsymbol{\eta}$ — вектор, состоящий из бесконечно малых (хотя бы одной) и нулей.

Пусть $\mathbf{w}_j$ — j-столбец матрицы $\mathbf{W}$. Тогда $\mathbf{Vw}_j = \mathbf{i}_j$, где $\mathbf{i}_j$ — j-столбец единичной матрицы. Выберем $j > \mathrm{rang}(\mathbf{D})$ и обозначим соответствующий компонент вектора $\boldsymbol{\eta}$ символом η_j. Выбрав соответствующим образом $\mathbf{x}_2$ (этот выбор зависит только от компонентов соответствующих столбцов $\boldsymbol{\Theta}$), всегда можно добиться, чтобы в $\boldsymbol{\eta}$ был единственный ненулевой компонент — именно η_j. Тогда, умножив $\boldsymbol{\eta}$ и $(\mathbf{x}^* + \boldsymbol{\varepsilon}_x)$ на $1/\eta_j$, получим $\mathbf{V}(1/\eta_j(\mathbf{x}^* + \boldsymbol{\varepsilon}_x)) = \mathbf{i}_j$, откуда $\mathbf{w}_j = 1/\eta_j(\mathbf{x}^* + \boldsymbol{\varepsilon}_x)$. Выбирая при необходимости другие базисные миноры $\mathbf{M}_\mathrm{D}$, получим аналогичные выражения для всех столбцов матрицы $\mathbf{W}$. Подобным образом можно получить выражения для строк матрицы $\mathbf{W}$, имеющие вид $\mathbf{w}_i = 1/\eta_i(\mathbf{p}^* + \boldsymbol{\varepsilon}_p)$. Отсюда

$$w_{ij} = (x^*_i + \varepsilon_{xi})/\eta_j = (p^*_j + \varepsilon_{pj})/\eta_i = c(x^*_i + \varepsilon_{xi})(p^*_j + \varepsilon_{pj}) = c(x^*_i p^*_j + \xi_{ij}),$$

где $\xi_{ij} \to 0$, $c \to \infty$. Теорема доказана.

Возвращаясь к уравнению $\mathbf{pZ} = \mathbf{p}$, рассмотрим бесконечно малый определитель $\det(\mathbf{I}-\mathbf{Z}-\boldsymbol{\Delta})$. Компоненты матрицы $\boldsymbol{\Gamma} = (\gamma_{ij}) = (\mathbf{I}-\mathbf{Z}-\boldsymbol{\Delta})^{-1}$ интерпретируются по аналогии с компонентами матрицы $\mathbf{B} = (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$ классической модели «затраты-выпуск» как коэффициенты полных затрат в системе технологий $\mathbf{Z}+\boldsymbol{\Delta}$. Эти величины, в соответствии с вышеприведённой теоремой, подчиняются соотношениям $c\boldsymbol{\gamma}_i - \mathbf{p}^* \to \mathbf{0}$, где $\mathbf{p}^*$ — нетривиальное решение системы уравнений $\mathbf{pZ} = \mathbf{p}$, $\boldsymbol{\gamma}_i$ — столбец матрицы $\boldsymbol{\Gamma}$, c — скаляр. Поскольку в $\mathbf{I}-\mathbf{Z}$ нет линейно независимых строк и столбцов, эти соотношения выполняются для любого i. Следовательно, подходящим образом нормированные полные затраты *любого блага* в системе технологий $\mathbf{Z}+\boldsymbol{\Delta}$ почти не отличаются от цен конкурентного равновесия.

В технологиях $\mathbf{Z}+\boldsymbol{\Delta}$ конечный чистый выпуск возможен лишь ценой бесконечно больших полных затрат. Поэтому компоненты вектора $c\boldsymbol{\gamma}_i$ следует трактовать как пропорции, в которых возможно замещение одного блага другим при произвольном их использовании без изменения валового выпуска блага i. Эта интерпретация согласуется с неоклассической интерпретацией цен конкурентного равновесия, вытекающей из теоремы об отделимости выпуклых множеств в приложении к модели Эрроу-Дебре и её модификациям. Согласно неоклассической интерпретации, цены конкурентного равновесия суть пропорции, в которых возможно замещение производства одного блага другим без изменения размеров прибыли производителей и уровней благосостояния потребителей.

Возможна также интерпретация компонентов вектора $\boldsymbol{\gamma}_i$ (а следовательно, и $\mathbf{p}^*$) в терминах времени функционирования экономической системы. Для этого запишем соотношение единиц измерения двух компонентов вектора $\boldsymbol{\gamma}_i$ в предположении, что матрица $\mathbf{Z}$ построена на основе данных о функционировании экономики в течение года (в.п. — валовая продукция, к.п. — конечная продукция, цифры — номера благ):

$$\frac{(\text{ед.в.п.0/год})}{(\text{ед.к.п.1/год})} : \frac{(\text{ед.в.п.0/год})}{(\text{ед.к.п.2/год})} = \frac{(\text{ед.к.п.2/год})}{(\text{ед.к.п.1/год})} = \frac{\text{лет/ед.к.п.1}}{\text{лет/ед.к.п.2}}.$$

Таким образом, компоненты векторов $\boldsymbol{\gamma}_i$ (с точностью до бесконечно малого отклонения) и $\mathbf{p}^*$ обозначают соотношение времени функционирования экономической системы, необходимого для выпуска одинаковых малых количеств каждого блага.

3. Замыкающие технологии и рента

Условия Куна-Таккера требуют, чтобы технологии, отличные от замыкающих, использовались в размерах, обусловленных наличием некоторых ограниченных благ. Эти блага не могут производиться в произвольном объёме, то есть являются *невоспроизводимыми благами*.

В противном случае отсутствовало бы конкурентное равновесие в моделируемой системе. Действительно, имелись бы возможности более эффективного использования некоторых благ, ныне расходуемых в замыкающих технологиях, в случае их перераспределения в пользу других технологий. Следовательно, величину $R - C$ (разницу между выручкой и затратами, включающими оплату альтернативной стоимости капитала) для технологий, отличных от замыкающих, правомерно рассмотреть в качестве *ренты*, приносимой ограниченным невоспроизводимым благом. Назовём такие технологии *рентообразующими*.

Заметим, что рентообразующий характер технологии может быть обусловлен не только ограниченностью материального ресурса, но и ограниченностью доступа к нематериальному ресурсу — например, к источнику финансирования, услуге, знаниям, торговой марке, деловой репутации и т.п.

Математически отразить использование ренты, приносимой невоспроизводимым благом, можно, указав в модели «затраты-выпуск» соответствующую величину добавленной стоимости рентообразующей технологии, равную $R - C$. Одновременно система уравнений модели дополняется неравенством, ограничивающим доступный объём невоспроизводимого блага.

Как предсказывает теоретический анализ, вышеописанные модификации не повлияют на векторы $\mathbf{p}^*$ и $\boldsymbol{\gamma}_i$, компоненты которых соотносятся с замыкающими технологиями. Поэтому представление *совокупных технологий* каждой однопродуктовой отрасли в матрице прямых затрат, если вышеуказанным способом *отражены соответствующие процессы образования и использования ренты*, приведёт к матрице, имеющей бесконечно малый определитель и задающей те же значения $\mathbf{p}^*$ и $\boldsymbol{\gamma}_i$, что и матрица $\mathbf{Z}$, представляющая замыкающие технологии.

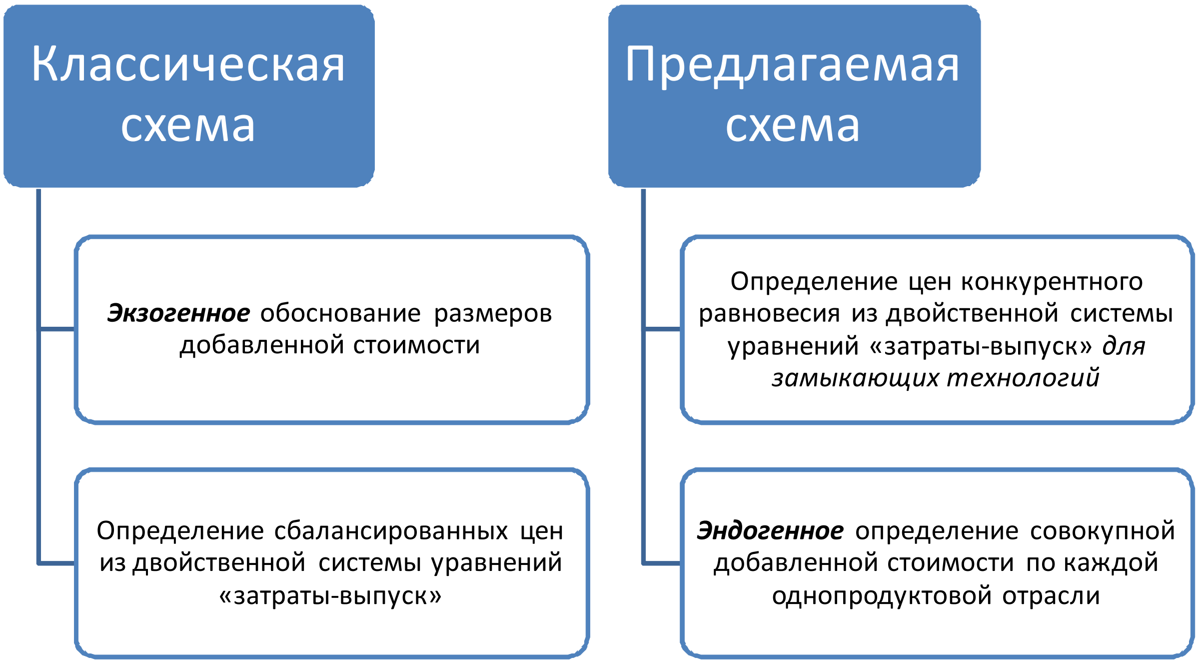

Рис. 1. Варианты стоимостного анализа по схеме «затраты-выпуск»

Как следствие, при наличии данных о затратах и выпусках в замыкающих технологиях содержание стоимостного анализа по схеме «затраты-выпуск» видоизменяется согласно рис. 1, *что позволяет экзогенно учесть рентное перераспределение, определяющее величину добавленной стоимости, производимой каждой отраслью.*

Проиллюстрируем вышесказанное числовым примером. Пусть имеется система «затраты-выпуск», отражающая замыкающие технологии вида

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0{,}9000 & -0{,}4000 & -0{,}3000 \\ -0{,}5000 & 0{,}8000 & -0{,}4000 \\ -0{,}2000 & -0{,}2000 & 0{,}9000 \end{pmatrix}}_{\mathbf{I-Z}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 124{,}476 \\ 93{,}706 \\ 81{,}818 \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_0} = \underbrace{\begin{pmatrix} 50{,}000 \\ -20{,}000 \\ 30{,}500 \end{pmatrix}}_{\mathbf{y}_0}. \qquad (1)$$

Здесь вектор $\mathbf{y}_0$ обозначает затраты каждого блага на капиталообразование. Его второй компонент, отрицательный, компенсируется выпуском рентообразующей технологии, которая не отражена в системе замыкающих технологий.

Положим также, что минимально возможное финансирование капиталообразования в размерах, обеспечивающих оптимальный рост экономики, с учётом фактической средней скорости оборота капитала составляет по замыкающим однопродуктовым отраслям в расчёте на единицу их интенсивности 2,0000; 2,0000 и 5,0000 денежных единиц (далее — д.е.). Тогда из (1) следует

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0,9000 & -0,4000 & -0,3000 & -50,000 \\ -0,5000 & 0,8000 & -0,4000 & 20,000 \\ -0,2000 & -0,2000 & 0,9000 & -30,500 \\ -2,0000 & -2,0000 & -5,0000 & 845,455 \end{pmatrix}}_{\mathbf{I}-\mathbf{Z}_0} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 124,476 \\ 93,706 \\ 81,818 \\ 1,000 \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_1} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{0}}. \qquad (2)$$

Из решения системы уравнений, двойственной по отношению к вышеприведённой, можно найти цены конкурентного равновесия всех трёх продуктов: 12,7273; 12,7273; 15,4545 (принимая цену капитала за единицу). Соответствующая матрица $(\mathbf{I}-\mathbf{Z}_0-\mathbf{\Delta})^{-1}$ приведена нормированной таким образом, чтобы верхний левый компонент был равен цене первого продукта:

$$\begin{pmatrix} 12,7273 & 12,7273 & 15,4545 & 1,0000 \\ 14,2807 & 14,2807 & 17,3409 & 1,1221 \\ 8,7594 & 8,7594 & 10,6364 & 0,6882 \\ 0,0973 & 0,0973 & 0,1182 & 0,0076 \end{pmatrix}. \qquad (3)$$

Первая строка матрицы совпадает с ценами с точностью, по крайней мере, до четвёртого знака. Остальные строки пропорциональны первой с той же точностью; столбцы пропорциональны вектору $\mathbf{x}_1$.

Пусть второй продукт может выпускаться по рентообразующей технологии (обозначим её интенсивность символом x_r), отличающейся от исходной вдвое меньшими затратами третьего блага, но требующей использования на единицу выпуска единицы невоспроизводимого блага Q, имеющегося в количестве 50 единиц. Соответствующая рента в расчёте на единицу интенсивности первой технологии равна цене третьего блага (15,4545), умноженной на коэффициент его прямых затрат в рентообразующей технологии (0,1) — итого 1,5454. Это вкупе с 2 д.е., расходуемыми на накопление капитала, составит 3,5454. С учётом рентообразующей технологии система «затраты-выпуск» выглядит так:

$$\begin{pmatrix} 0,9000 & -0,4000 & -0.4000 & -0,3000 \\ -0,5000 & 0,8000 & 0.8000 & -0,4000 \\ -0,2000 & -0,2000 & -0.1000 & 0,9000 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 124,476 \\ 93,706 \\ 50,000 \\ 81,818 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30,000 \\ 20,000 \\ 25,000 \end{pmatrix}; \tag{4}$$

$$x_r \le 50,000.$$

Отсюда, при условии эффективности последнего ограничения, следует

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0,9000 & -0,4000 & -0.4000 & -0,3000 & -50,000 \\ -0,5000 & 0,8000 & 0.8000 & -0,4000 & 20,000 \\ -0,2000 & -0,2000 & -0.1000 & 0,9000 & -30,500 \\ 0 & 0 & -1,0000 & 0 & 50,000 \\ -2,0000 & -2,0000 & -3.5455 & -5,0000 & 845,455 \end{pmatrix}}_{\mathbf{I}-\mathbf{Z}_1} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 124,476 \\ 93,706 \\ 50,000 \\ 81,818 \\ 1,000 \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_2} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{0}}. \tag{5}$$

Приведём нормированную матрицу $(\mathbf{I}-\mathbf{Z}_1-\mathbf{\Delta})^{-1}$, соответствующую (5):

$$\begin{pmatrix} 12,7273 & 12,7273 & 15,4545 & 0,0000 & 1,0000 \\ 9,5812 & 9,5812 & 11,6343 & 0,0000 & 0,7528 \\ 5,1124 & 5,1124 & 6,2079 & 0,0000 & 0,4017 \\ 8,3657 & 8,3657 & 10,1583 & 0,0000 & 0,6573 \\ 0,1022 & 0,1022 & 0,1242 & 0,0000 & 0,0080 \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Если по данным (4) агрегировать технологии производства блага 2 с учётом интенсивности их использования, получим следующую систему:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0,9000 & -0,4000 & -0,3000 \\ -0,5000 & 0,8000 & -0,4000 \\ -0,2000 & -0,1652 & 0,9000 \end{pmatrix}}_{\mathbf{I}-\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 124,476 \\ 143,706 \\ 81,818 \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 30,000 \\ 20,000 \\ 25,000 \end{pmatrix}}_{\mathbf{y}}; \tag{7}$$

$$(2,0000; 2,5377; 5,0000) \cdot \mathbf{x}^{\mathrm{T}} = 1022,727,$$

где в последней строке приведён суммарный баланс затрат на накопление капитала и расходования ренты. Приведём нормированную матрица $(\mathbf{I}-\mathbf{A}_0-\mathbf{\Delta})^{-1}$, где $\mathbf{A}_0$ построена на основе $\mathbf{A}$, $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ и баланса добавленной стоимости подобно тому, как выше построена $\mathbf{Z}_0$ на основе $\mathbf{Z}$, $\mathbf{x}_0$, $\mathbf{y}_0$ и баланса добавленной стоимости:

$$\begin{pmatrix} 12,7273 & 12,7273 & 15,4545 & 1,0000 \\ 14,6936 & 14,6936 & 17,8422 & 1,1545 \\ 8,3657 & 8,3657 & 10,1583 & 0,6573 \\ 0,1022 & 0,1022 & 0,1242 & 0,0080 \end{pmatrix}. \tag{8}$$

Как видим, каждая её строка пропорциональна (в пределах точности расчётов) всё тем же значениям цен, рассчитанным по системе замыкающих технологий.

Замечательно, что она может быть получена из (6) суммированием второй и третьей строк и последующим удалением столбца бесконечно малых. Эти операции соответствуют агрегированию двух технологий производства второго блага и удалению ограничения по имеющемуся количеству невоспроизводимого блага.

Отнесение блага к числу невоспроизводимых и, как следствие, использующей его технологии — к рентообразующей в общем случае зависит от технико-экономических причин. В самом деле, предположим, что, помимо 50 единиц блага Q, в вышеприведённом примере имеется технология, обеспечивающая его производство из других благ при условиях расхода на его единицу по пяти единиц каждого из трёх воспроизводимых благ, производство которых отражено балансом (1). Введение этой технологии в задачу (4) не повлияет ни на объёмы производства, ни на цены, а сама технология не будет использоваться: благо Q сохранит статус невоспроизводимого, а технология $(-0{,}4;\ 0{,}8;\ -0{,}1)^{\mathrm{T}}$ останется рентообразующей.

Однако если расход воспроизводимых благ снизится до 0,001, то технология производства блага Q станет используемой, а само это благо — воспроизводимым. Технология $(-0{,}4;\ 0{,}8;\ -0{,}1)^{\mathrm{T}}$ сменит статус с рентообразующей на замыкающую, а технология $(-0{,}4;\ 0{,}8;\ -0{,}2)^{\mathrm{T}}$, менее эффективная, не будет использоваться. В дополнение к имеющимся 50 единицам будет производиться 79,950 единиц блага Q, а соответствующая технология сможет расходовать на капиталообразование до 0,5045 д.е. на единицу выпуска. Если потребность технологии производства блага Q в капитале увеличится сверх этого значения, она опять перестанет использоваться, а технология $(-0{,}4;\ 0{,}8;\ -0{,}1)^{\mathrm{T}}$ снова начнёт приносить ренту.

Таким образом, изменение технологий вследствие инноваций либо исчерпание запасов невоспроизводимых благ может привести к утрате одними технологиями статуса рентообразующих (ограничивающие их блага теперь выгодно воспроизводить) и к приобретению его другими технологиями (какие-то из ограничивающих их благ сняты с производства).

4. Обобщение технологической интерпретации стоимостных пропорций

Теорема о бесконечно малом определителе применима к разнообразным экономико-математическим моделям, имеющей форму выпуклой задачи математического программирования как со скалярной, так и с векторной целевой функцией. Это можно продемонстрировать, записав якобиан тех условий Куна-Таккера, которые выполняются в данной точке оптимума как строгие равенства, и затем аппроксимировав его бесконечно малым определителем $\det(\mathbf{H}-\mathbf{\Delta})$. Подробнее соответствующие процедуры изложены в работах Светлова (2002а, пп.1.3, 1.4, 2.4; 2002б).

Как следствие, интерпретации стоимостных пропорций, предложенные в п.2 (технологическая и временнбя), распространяются на оптимальные цены (двойственные оценки, множители Лагранжа) любой экономически содержательной задачи математического программирования. Например, для благ a и b, балансы которых характеризуются множителями Лагранжа, равными 2 и 3, дополнительные затраты времени функционирования моделируемой системы (в предположении неизменности технологий и доступных объёмов ресурсов), компенсирующие утрату достаточно малой единицы блага b, окажутся в 1,5 раза больше, чем затраты времени, в течение которых объект модели компенсирует утрату единицы блага a.

Если $\det(\mathbf{H}-\mathbf{\Delta})$ основан на условиях Кура-Таккера, то базисные миноры вырожденной матрицы $\mathbf{H}$, входящей в бесконечно малый определитель, позволяют оценить степень устойчивости стоимостных пропорций, отражаемых множителями Лагранжа балансов благ, при изменении компонентов $\mathbf{H}$, к которым эти миноры являются дополнительными. Следствие формулы Крамера для решения систем линейных уравнений состоит в том, что ожидаемые изменения цен тем сильнее, чем меньше абсолютное значение данного минора. Это правило позволяет осуществлять предварительный отбор технологических параметров, которые должны быть объектами мониторинга в целях своевременного оповещения хозяйствующих субъектов о возможных существенных изменениях цен. Понижающийся тренд некоторых базисных миноров матрицы **H**, построенной на базе математической модели, имеющей существенное значение для народного хозяйства или одного из его субъектов, должен служить сигналом к развёртыванию детальных исследований риска будущих изменений параметра, по отношению к которому данный минор дополнителен. На этой основе могут быть оценены вероятности резких изменений цен, угрожающих бизнесу и благосостоянию многих субъектов рынка.

Теоретический идеал, согласно которому добавленная стоимость, производимая замыкающими технологиями, равна нулю (если капиталообразование, воспроизводство рабочей силы и предпринимательские услуги учтены в составе прямых затрат), в сочетании с анализом п.3 приводит к выводу, что перераспределительные процессы жёстко детерминированы процессами ценообразования и рентообразования, вполне описываемыми соответствующими бесконечно малыми определителями. Однако затраты различных благ на воспроизводство рабочей силы и на оплату предпринимательских услуг сами по себе не являются независимыми величинами в хозяйственной системе. Анализ, проведённый в пп.2 и 3, относится к *фактически сложившемуся* конкурентному равновесию, в то время как могут существовать и другие конкурентные равновесия. В одно из них экономика может перейти при изменениях в структуре конечного потребления работников и предпринимателей разных отраслей.

В связи с этим анализ обусловленности базисных миноров матрицы **H** подходящей модели актуален и с точки зрения последствий вероятных изменений в распределении элементов конечного продукта, когда это распределение слабо детерминировано. Сигнал о возможности существенных ценовых сдвигов — малая величина одного из базисных миноров матрицы **H**, дополнительных к каждой из величин конечного продукта либо создаваемой добавленной стоимости.

5. Выводы

1. Подходящим образом нормированные полные затраты *любого блага* в системе с прямыми затратами $\mathbf{Z}+\mathbf{\Delta}$ ($\mathbf{Z}$ — матрица прямых затрат замыкающих технологий, а $\mathbf{\Delta}$ — матрица бесконечно малых) почти не отличаются от цен конкурентного равновесия.
2. Стоимостные пропорции в экономике определяются соотношением времени функционирования экономической системы, необходимого для выпуска одинаковых малых количеств каждого блага.
3. При наличии данных о затратах и выпусках в замыкающих технологиях стоимостной анализ по схеме «затраты-выпуск» может быть видоизменён с тем, чтобы экзогенно учесть рентное перераспределение, определяющее величину добавленной стоимости, производимой каждой отраслью.
4. Базисные миноры якобиана условий Куна-Таккера, выполняющихся как строгие равенства, позволяют оценить степень устойчивости стоимостных пропорций, отражаемых множителями Лагранжа балансов благ, при изменении компонентов якобиана, к которым эти миноры являются дополнительными. Малые значения этих миноров указывают на те параметры математических моделей, которые должны быть объектами мониторинга в целях своевременного оповещения хозяйствующих субъектов о риске скачкообразных изменений цен.
5. Технологическая интерпретация стоимостных пропорций, вытекающая из вышеприведённого анализа, согласуется с их традиционной интерпретацией в модели Эрроу-Дебре и других моделях вальрасовского типа, но имеет перед ней ряд преимуществ:

♦ полнее раскрывает сущностную связь между натуральными и стоимостными показателями экономической эффективности;

♦ даёт возможность количественно анализировать влияние изменения набора замыкающих технологий (как по причине инноваций, так и в связи с изменением положения фактического состояния экономики в пространстве эффективных решений) на стоимостные пропорции;

♦ позволяет объяснить степень отклонения коэффициентов полных затрат межотраслевого баланса (и аналогичных им показателей обратной базисной матрицы задач линейного программирования) от значений стоимости долей конечного продукта в валовом продукте;

♦ указывает возможности совершенствования вузовских курсов экономической теории с тем, чтобы полнее и с меньшими затратами учебного времени раскрыть экономическое содержание стоимостных пропорций в условиях конкурентного равновесия.

Список литературы

Гатаулин А.М. (1965) Себестоимость и совокупные затраты труда в производстве сельскохозяйственной продукции. М.: Экономика, 1965. — 189 с.

Петти У. (1940) Экономические и статистические работы. М.: Соцэкгиз, 1940. — 323 с.

Полтерович В.М. (1990) Экономическое равновесие и хозяйственный механизм. М.: Наука, 1990.

Светлов Н.М. (2002а) На пути к новой концепции стоимости. М.: Изд-во МСХА, 2002. — 108 с.

Светлов Н.М. (2004) Полные затраты и цены в сельском хозяйстве // Известия ТСХА, 2004, №2, с.123-132.

Светлов Н.М. (2002б) Анализ функциональной матрицы модели Эрроу-Дебре // Доклады ТСХА: Вып. 274. М.: Изд-во МСХА, 2002. - с. 600-605

Струмилин С.Г. (1959) К определению стоимости и её применению в условиях социализма // Вопросы экономики, 1959, №8.

Leontief, W. (1986) Technological Change, Prices, Wages, and Rates of Return in the U.S. Economy // In W. Leontief (ed.), Input-Output Economics. New York: Oxford University Press, 1986.

Tsoulfidis, L., Rieu, D.-M. (2006) Labor Values, Prices of Production, and Wage-Profit Rate Frontiers of the Korean Economy // Seoul Journal of Economics, Fall 2006.

